

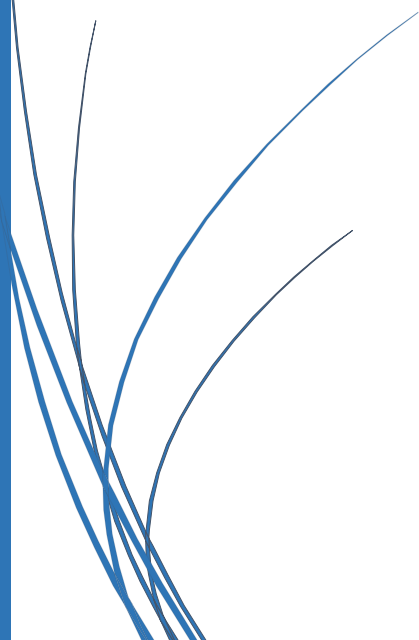
هندسه ۱



فصل چهارم: تجسم فضایی



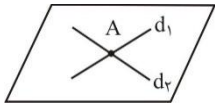
مدرس:



درس اول: خط، نقطه و صفحه

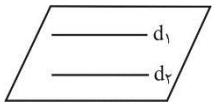
*** توازی خطوط و صفحات**

اوضاع نسبی دو خط در فضا:



$$d_1 \cap d_2 = A$$

(۱) متقاطع



$$d_1 \parallel d_2 \rightarrow d_1 \cap d_2 = \emptyset$$

(۲) موازی

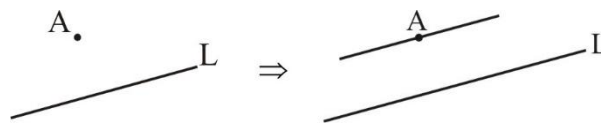
$$d_1 \cap d_2 = d_1 = d_2$$

(۳) منطبق

(البته منطبق را حالتی از موازی بودن هم می‌توان در نظر گرفت)

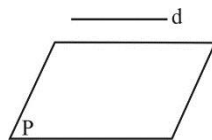
(۴) متنافر: دو خط d_1 و d_2 که نه متقاطع و نه موازی باشند را متنافر گوئیم. در این حالت از d_1 و d_2 نمی‌توان یک صفحه گذراند و دو خط نقطه اشتراکی ندارند.

اصول ۱ (اصل توازی اقلیدس): از هر نقطه خارج یک خط در صفحه یا فضا، یک و فقط یک خط به موازات آن خط می‌گذرد.

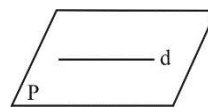


اوضاع خط و صفحه نسبت به هم:

(۱) موازی: خط و صفحه هیچ نقطه‌ی اشتراکی ندارند و یا خط به تمامی درون صفحه قرار دارد.

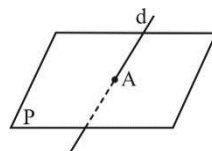


$$d \cap P = \emptyset \Rightarrow d \parallel P$$



$$d \cap P = d$$

(۲) متقاطع: خط، صفحه را در یک نقطه قطع می‌کند.



$$d \cap P = A$$

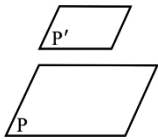
*** شرط توازی خط و صفحه:** خط d با صفحه‌ی P موازی است هرگاه با یکی از خط‌های صفحه‌ی P موازی باشد و برعکس.

اصول ۲: اگر دو نقطه‌ی متمایز از خطی، در یک صفحه باشند، آن خط به تمامی در آن صفحه قرار می‌گیرد.

تست: از نقطه‌ی A خارج صفحه‌ی P ، چند خط به موازات P می‌توان رسم کرد؟

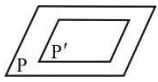
- | | |
|-------------|---------|
| ۱ (۲) | هیچ (۱) |
| ۴ (بی‌شمار) | ۲ (۳) |

اوضاع نسبی دو صفحه در فضا:



$$P \parallel P', P \cap P' = \emptyset$$

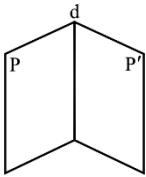
(۱) موازی



$$P \parallel P', P \cap P' = P'$$

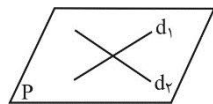
(۲) منطبق

(۳) متقاطع: دو صفحه‌ی متقاطع در یک خط اشتراک دارند که به این خط، **فصل مشترک** دو صفحه گفته می‌شود.

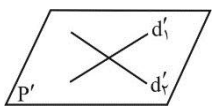


$$P \cap P' = d$$

* **شرط توازی دو صفحه:** دو صفحه موازیند اگر و فقط اگر دو خط متقاطع از یکی با دو خط متقاطع از دیگری موازی باشد.

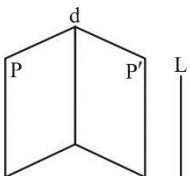


$$\begin{cases} d_1 \parallel d'_1 \\ d_2 \parallel d'_2 \end{cases} \Leftrightarrow P \parallel P'$$



نکته ۱: اگر دو صفحه موازی باشند، هر خط از یکی از دو صفحه، با صفحه‌ی دیگر موازی است.

نکته ۲: اگر خطی با دو صفحه‌ی متقاطع، موازی باشد، با فصل مشترک آن‌ها موازی است و برعکس.



$$\begin{cases} L \parallel P \\ L \parallel P' \end{cases} \Leftrightarrow L \parallel d$$

نکاتی در مورد توازی خطوط و صفحات:

الف) اگر دو خط با خط سوم موازی باشند، آن دو خط با هم موازیند.

ب) اگر دو صفحه با صفحه‌ی سوم موازی باشند، آن دو صفحه با هم موازیند.

پ) اگر صفحه‌ای یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را هم قطع می‌کند.

ت) اگر خطی، یکی از دو صفحه‌ی موازی را قطع کند، دیگری را هم قطع می‌کند.

ث) اگر صفحه‌ای، یکی از دو صفحه‌ی موازی را قطع کند، دیگری را هم قطع می‌کند و فصل مشترک‌ها با هم موازی‌اند.

ج) اگر خطی با صفحه‌ای موازی باشد، هر خط که از یک نقطه‌ی صفحه، موازی آن خط رسم شود، به تمامی در آن صفحه قرار خواهد داشت.

چ) اگر سه صفحه دوبه‌دو متقاطع باشند، فصل مشترک‌هایشان یا سه خط موازیند و یا هر سه از یک نقطه می‌گذرند (هم‌رس‌اند).

ح) اگر دو خط متناظر باشند، هر کدام شامل صفحه‌ای است که با دیگری موازی است.

صورت‌های مختلف نمایش یک صفحه در فضا به صورت منحصر به فرد:

(۱) سه نقطه‌ی غیر واقع بر یک خط راست

(۲) دو خط متقاطع

(۳) دو خط موازی

(۴) یک خط و یک نقطه خارج آن

(۵) یک نقطه و یک خط عمود بر صفحه

✓ تست: از نقطه‌ی A خارج خط d ، چند صفحه موازی d می‌گذرد؟

(۱) هیچ

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) بی‌شمار

✓ تست: صفحه‌ی P ، خط d و نقطه‌ی A غیر واقع بر d مفروضند. اگر بی‌شمار خط شامل A ، موازی با P و متقاطع با d موجود باشد، آنگاه

کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۱) d و P موازی هستند.

(۲) d حتماً درون P است.

(۳) d حتماً عمود بر P است.

(۴) d و P متقاطع هستند.

✓ تست: اگر دو خط d و d' متناظر باشند، از یک نقطه غیر واقع بر d و d' ، چند خط می‌گذرد که d و d' را قطع می‌کند؟

(۱) هیچ

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) بی‌شمار

✓ تست: کدام گزینه صحیح است؟

(۱) اگر خطی با صفحه‌ای موازی باشد، با تمام خطوط آن صفحه موازی است.

(۲) دو خط موازی یک صفحه، با یکدیگر موازیند.

(۳) دو صفحه‌ی موازی یک خط، با یکدیگر موازیند.

(۴) اگر دو خط با خط سوم موازی باشند، با یکدیگر موازیند.